铜仁一中高二年级防疫期间“停课不停学”网上第一次周考
数学（文科）试卷
参考答案

1．C

【分析】根据回归分析中的各个概念进行判断.

【详解】在回归分析中，回归直线一定经过样本中心点$(\overline{x},\overline{y})$．残差平方和越小的模型，拟合的效果越好．用$R^2$来刻画回归效果，$R^2$的值越接近于1，说明模型的拟合效果越好，$R^2$的值越接近于,0，说明模型的拟合效果越差．变量$y$和$x$之间的相关系数$r=-0.9725$，$|r|$接近于1，它们之间具有线性相关关系，$r<0$是负相关．因此ABD正确，C错误．

故选：C.

【点睛】本题考查回归分析，掌握回归分析的相关概念是解题基础.

2．B

【分析】①由于间隔相同，这样的抽样是系统抽样；

②降水概率为90%的含义是指降水的可能性为90%，但不一定降水；

③在回归分析模型中，残差平方和越小，说明模型的拟合效果越好，正确；

④在回归直线方程$\hat{y}=0.1x+10$中，回归系数为0.1，利用回归系数的意义可得结论.

【详解】解：①从匀速传递的产品生产流水线上，质检员每10分钟从某处抽取一件产品进行某项指标检测，由于间隔相同，这样的抽样是系统抽样，故①不正确；

②降水概率为90%的含义是指降水的可能性为90%，但不一定降水，故②不正确；

③在回归分析模型中，残差平方和越小，说明模型的拟合效果越好，正确；

④在回归直线方程$\hat{y}=0.1x+10$中，回归系数为0.1，当解释变量x每增加一个单位时，预报变量$\hat{y}$增加0.1个单位，故④正确.

故选：*B*.

【点睛】

本题考查命题真假判断，考查学生分析问题解决问题的能力，属于基础题.

3．B

【分析】求出$\overline{x},\overline{y}$并代入$\hat{b}=0.76,\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$即可求得$\hat{a}$,再代入$x=16$即可估算出收入为16万元家庭年支出.

【详解】由题意：$\overline{x}=\dfrac{8.2+8.6+10.0+11.3+11.9}{5}=10,\overline{y}=\dfrac{6.2+7.5+8.0+8.5+9.8}{5}=8$,

故$\hat{a}=8-0.76\times10=0.4$,故回归直线方程$\hat{y}=0.76x+0.4$,

故估计收入为16万元家庭年支出$\hat{y}=0.76\times16+0.4=12.56$.

故选：B.

【点睛】本题主要考查线性回归方程$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$经过样本中心点$(\overline{x},\overline{y})$.

4．D

【解析】

【分析】

根据独立性检验的含义只能得到出错的可能率或正确的可靠率

【详解】

独立性检验是对两个分类变量有关系的可信程度的判断，而不是因果关系，故A，B错误.

由已知得，认为性别与是否喜爱喝酒有关判断出错概率的可能性至多为10%，故C错误，D正确.选D.

【点睛】

本题考查独立性检验的含义，考查基本分析判断能力，属基础题.

5．B

【解析】
【分析】
根据线性回归方程估计 y，再根据残差定义列方程，解得结果
【详解】
因为相对于点$(3,6.5)$的残差为-0.1，所以$6.5-\hat{y}=-0.1$，所以$6.5+0.1=3\hat{b}+0.6$，解得$\hat{b}=2$，故选 B
【点睛】
本题考查利用线性回归方程估值以及残差概念，考查基本分析求解能力，属基础题.
6．D
【解析】
试题分析：根据残差图的定义和图像即可得到结论.可用残差图判断模型的拟合效果，残差点比较均匀地落在水平的带状区域中，说明这样的模型比较合适.带状区域的宽度越窄，说明模型的拟合精度越高，则对应相关指数越大，故选项 D 错误.
故选 D.
考点：散点图.
7．B
【解析】
x与y负相关，$|r|$非常接近 1，所以相关性很强，故选 B.
8．A
【解析】
【详解】
根据附表可得$K^2=10>7.879$,所以有 99.5% 的把握认为使用智能手机对学习有影响，选 A
9．C
【解析】
【分析】
利用“散点图越接近某一条直线线性相关性越强，相关系数的绝对值越大”判断即可.
【详解】
根据A,B两组样本数据的散点图知，
A组样本数据几乎在一条直线上，且成正相关，
$\therefore$相关系数为r_1应最接近 1，B组数据分散在一条直线附近，也成正相关，
$\therefore$相关系数为r_2，满足$r_2<r_1$，即$r_1>r_2$，故选 C.
【点睛】
本题主要考查散点图与线性相关的的关系，属于中档题.判断线性相关的主要方法：（1）散点图（越接近直线，相关性越强）；（2）相关系数（绝对值越大，相关性越强）.
10．C
【解析】
【分析】
首先根据$|PF_1|<a+c$可判断出点 P 在该双曲线左支上，再根据双曲线的定义即可得结果.
【详解】
在双曲线$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{48}=1$中，$a=4$，$b=4\sqrt{3}$，$c=8$，
因为$|PF_1|=10<a+c=12$，
所以点 P 在该双曲线左支上，则$|PF_2|=2a+|PF_1|=2\times4+10=18$，
故选：C.
【点睛】
本题主要考查了双曲线的定义，判断出点 P 的位置是解题的关键，属于中档题.
11．B

【解析】
【分析】
对函数求导得 $f'(0)=2$，求得 a 的值，再根据切点既在切线上又在曲线上，可求得 b 的值，即可得答案.
【详解】
$\because f'(x)=ae^x+1$，
$\therefore f'(0)=a+1=2$，解得 $a=1, f(0)=a+b=1+b=3$，$\therefore b=2$，
$\therefore ab=2$.
故选：B.
【点睛】
本题考查导数的几何意义，考查函数与方程思想，考查逻辑推理能力和运算求解能力，求解时注意切点既在切线上又在曲线上的应用.
12．C
【解析】
【分析】
由题意逐一考查所给的事件是否互斥、对立即可求得最终结果.
【详解】
袋中装有红球 3 个、白球 2 个、黑球 1 个，从中任取 2 个，逐一分析所给的选项：
在 *A* 中，至少有一个白球和都是白球两个事件能同时发生，不是互斥事件，故 *A* 不成立.
在 *B* 中，至少有一个白球和至少有一个红球两个事件能同时发生，不是互斥事件，故 *B* 不成立；
在 *C* 中，至少有一个白球和红、黑球各一个两个事件不能同时发生但能同时不发生，
是互斥而不对立的两个事件，故 *C* 成立；
在 *D* 中，恰有一个白球和一个白球一个黑球两个事件能同时发生，不是互斥事件，故 *D* 不成立；
本题选择 *C* 选项.
【点睛】
“互斥事件”与“对立事件”的区别：对立事件是互斥事件，是互斥中的特殊情况，但互斥事件不一定是对立事件，“互斥”是“对立”的必要不充分条件.
13．（1）（2）（3）（4）.
【解析】
【分析】
根据相关系数的意义判断（1）；
由样本数据得到的回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 的特点可得必过样本点的中心，判断（2）；
根据独立性检验中 K^2 的观测值的意义判断（3）.
根据相关指数 R^2 的意义判断（4）；
根据回归直线方程的意义判断（5）；
【详解】
解：由相关性与相关系数的关系，可得若它们的相关性越强，则相关系数的绝对值越接近于 1，故（1）正确；
由样本数据得到的回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 的特点可得必过样本点的中心 $\left(\overline{x},\overline{y}\right)$，故（2）正确；
对分类变量 *A* 与 *B*，它们的随机变量 K^2 的观测值 k 越大，“*A* 与 *B* 有关系”的把握程度越大，故（3）正确；
用相关指数 R^2 来刻画回归效果，R^2 越大，说明模型的拟合效果越好，故（4）正确；
根据最小二乘法由一组样本点 (x_i,y_i)，求得的回归方程是 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，对所有的解释变量 $x_i,\hat{b}x_i+\hat{a}$ 的值可能与 y_i 有误差，只是一个预测值，故（5）错误.
即正确的有：（1）（2）（3）（4）

故答案为：（1）（2）（3）（4）

【点睛】

本题利用命题真假的判断，考查了统计知识的应用问题，属于基础题.

14. $(-\infty,-1)\cup(0,1)$

【解析】

分析：构造函数 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$，由 $g(x)$ 的单调性结合 $f(x)$ 的奇偶性可得解.

详解：设 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$，则 $g'(x)=\dfrac{xf'(x)-f(x)}{x^2}$，当 $x<0$ 时，由已知得 $g'(x)>0$，$g(x)$ 为增函数，由 $f(x)$ 为奇函数得 $f(-1)=-f(1)=0$，即 $g(-1)=0$，$\therefore$当 $x<-1$ 时 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}<0$，$f(x)>0$，当 $-1<x<0$ 时，$g(x)=\dfrac{f(x)}{x}>0$，$f(x)<0$，又 $f(x)$ 是奇函数，$\therefore$当 $0<x<1$ 时，$f(x)>0$，$x>1$ 时，$f(x)<0$．$\therefore$不等式 $f(x)>0$ 的解集为 $(-\infty,-1)\cup(0,1)$.

故答案为 $(-\infty,-1)\cup(0,1)$.

点睛：本题考查考查用导数研究函数的单调性，解题关键是构造新函数，注意根据已知导数不等式构造新函数，常见的新函数有 $g(x)=xf(x)$，$g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$，$g(x)=e^xf(x)$，$g(x)=\dfrac{f(x)}{e^x}$.

15. $\left(\dfrac{2}{3},-\dfrac{1}{3}\right)$

【解析】

【分析】

直接联立直线方程和椭圆方程，化为关于 x 的一元二次方程后利用根与系数关系即可求解.

【详解】

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，

联立 $\begin{cases}y=x-1\\ \dfrac{x^2}{2}+y^2=1\end{cases}$，得 $3x^2-4x=0$，

所以 $x_1+x_2=\dfrac{4}{3}$，则线段 AB 中点的横坐标为 $\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{\frac{4}{3}}{2}=\dfrac{2}{3}$

代入 $y=x-1$，得 $y=\dfrac{2}{3}-1=-\dfrac{1}{3}$，

所以线段 AB 中点的坐标是 $\left(\dfrac{2}{3},-\dfrac{1}{3}\right)$.

故答案为：$\left(\dfrac{2}{3},-\dfrac{1}{3}\right)$

【点睛】

本题考查了中点坐标公式，考查了根与系数的关系，属于基础题.

16. $\dfrac{1}{2}$

【解析】

【分析】

求出函数的定义域，代入几何概型的概率计算公式可得答案.

【详解】

解：由题可知 $y=\dfrac{\sqrt{4-x}+\sqrt{2^x-1}}{\lg x-1}$ 的定义域为 $(0,4]$，区间长度为 4，而区间 $[-3,5]$ 的长度为 8，所以概率是 $\dfrac{1}{2}$.

故答案为：$\dfrac{1}{2}$

【点睛】

本题主要考查几何概型的概率计算及函数的定义域，相对不难.

17.（Ⅰ）$5x-y-8=0$ （Ⅱ）$y=x, y=0$

【解析】

【分析】

(Ⅰ)直接利用导函数的定义便可得到函数在 $x=2$ 处切线的斜率，然后将 $(2, f(2))$ 代入点斜式方程可直接得出切线方程。

(Ⅱ)设出切点，利用点斜式写出直线方程，因为直线过原点，将原点坐标代入，可得到切点坐标，从而得到切线方程。

【详解】

(Ⅰ)由题意得 $f'(x)=3x^2-4x+1$，所以 $f'(2)=5$， $f(2)=2$，可得切线方程为 $y-2=5(x-2)$，整理得 $5x-y-8=0$。 ------4 分

(Ⅱ)令切点为 (x_0, y_0)，因为切点在函数图像上，所以 $y_0=x_0^3-2x_0^2+x_0$，

$f'(x_0)=3x_0^2-4x_0+1$，所以在该点的切线为 $y-(x_0^3-2x_0^2+x_0)=(3x_0^2-4x_0+1)(x-x_0)$

因为切线过原点，所以 $0-(x_0^3-2x_0^2+x_0)=(3x_0^2-4x_0+1)(0-x_0)$，解得 $x_0=0$或$x_0=1$，

可得切点为 $(0,0)$，$(1,0)$ $f'(0)=1$，$f'(1)=0$，所以切线方程为 $y=x$ 或 $y=0$。----6 分

【点睛】

本题考查函数函数切线问题，若已知切点，则直接利用 $y-f(x_0)=f'(x_0)(x-x_0)$ 写出切线方程即可；在此需要注意在某点的切线和过某点的切线的区别。

18.（1）单调递增区间 $(-1,3)$，单调递减区间 $(-\infty,-1),(3,+\infty)$，极小值 $a-5$，极大值 $a+27$

（2）$-27<a<5$

【解析】

【分析】

（1）首先求出函数的导数，解 $f'(x)>0$，$f'(x)<0$ 即可得到函数的单调区间与极值；

（2）要使函数 $f(x)$ 有三个不同的零点，则极大值大于零，极小值小于零，得到不等式组，即可解得.

【详解】

解：（1）$\because f(x)=-x^3+3x^2+9x+a$

$\therefore f'(x)=-3x^2+6x+9=-3(x-3)(x+1)$

令 $f'(x)>0$，解得 $-1<x<3$；

令 $f'(x)<0$，解得 $x<-1$或$x>3$

∴函数 $f(x)$ 的单调递增区间为：$(-1,3)$

函数 $f(x)$ 的单调递减区间为：$(-\infty,-1),(3,+\infty)$

$\therefore f(x)_{极小值}=f(-1)=a-5, f(x)_{极大值}=f(3)=a+27$ -------6 分

（2）由（1）知，方程 $f(x)=0$ 有三个不等的实根，则 $\begin{cases}a-5<0\\a+27>0\end{cases}$，解得 $-27<a<5$

即 $a\in(-27,5)$ -------6 分

【点睛】

本题考查利用导数研究函数的单调性、极值以及函数的零点问题，属于基础题.

19.（1） $y^2=4x$ **（2）** $y=2x-2$ **或** $y=-2x+2$

【解析】

【分析】

（1）首先求得圆的圆心，然后直接求抛物线方程；（2）设直线 l 的方程为：$x=my+1$，与抛物线方程联立，利用焦点弦长公式 $|AB|=x_1+x_2+p$，求直线 l 的方程.

【详解】

（1）圆的标准方程为 $(x-1)^2+y^2=1$，圆心坐标为 $(1,0)$，

即焦点坐标为 $F(1,0)$，得到抛物线 C 的方程 $y^2=4x$ -------4 分

（2）设直线 l 的方程为：$x=my+1$ 联立抛物线 C 的方程 $y^2=4x$ 消 y 整理得：

$x^2-(4m^2+2)x+1=0$

$\therefore x_1+x_2=4m^2+2$

$|AB|=x_1+x_2+p=4m^2+4$ 又 $|AB|=5$

$\therefore 4m^2+4=5$ 解得 $m=\pm\dfrac{1}{2}$

所以所求直线 l 的方程为：$y=2x-2$ 或 $y=-2x+2$ -------8 分

【点睛】

本题考查抛物线方程，焦点弦长，意在考查基本性质，公式，属于基础题型.

20.（1） $a=0.05, n=40$ **（2）** $\overline{x}=75.5$，$m=75$ **（3）没有 95%的把握**

【解析】

试题分析：（1）根据频率分布直方图中小长方形面积等于对应区域概率得 $10a=1-(0.005+0.01+0.015+0.02)\times10=0.5$, 解得 $a=0.05$, 再根据频率等于频数除以总数得 $n=\dfrac{20}{10\times0.05}=40$（2）利用组中值求平均数 $\overline{x}=55\times0.05+65\times0.2+75\times0.5+85\times0.15+95\times0.1=75.5$ 由中位数定义知中位数落在 $[70,80)$ 中，所以 $(m-70)\times0.05=0.5-(0.05+0.2)$，解得 $m=75$（3）先根据比例关系确定优秀的男生为 6 人，女生为 4 人；不优秀的男生为 10 人，女生为 20 人．再根据卡方公式计算 $K^2=\dfrac{40\times(6\times20-4\times10)^2}{16\times24\times10\times30}\approx2.222<3.841$，比较参考系数得结论

【详解】

（1）$10a=1-(0.005+0.01+0.015+0.02)\times10=0.5, a=0.05, n=\dfrac{20}{10\times0.05}=40$ ---4 分

（2）由频率分布直方图可知各组的频率分别为 0．05，0．2，0．5，0．15，0．1，

所以 $\overline{x}=55\times0.05+65\times0.2+75\times0.5+85\times0.15+95\times0.1=75.5$，

设中位数为 m，则 $(m-70)\times0.05=0.5-(0.05+0.2)$，得 $m=75$. -------4 分

（3）优秀的男生为 6 人，女生为 4 人；
不优秀的男生为 10 人，女生为 20 人.
所以 2×2 列联表如下表：

	男生	女生	合计
优秀	6	4	10
不优秀	10	20	30
合计	16	24	40

所以 $K^2=\dfrac{40\times\left(6\times20-4\times10\right)^2}{16\times24\times10\times30}\approx2.222<3.841$，
所以没有 95%的把握认为物理成绩优秀与性别有关 -------4 分
考点：频率分布直方图，卡方公式

21.（1）见解析；（2）采购 B 款车型.

【解析】

【分析】

（1）由表格中数据，利用公式，求得 $r,\hat{b},\hat{a}$ 的值，即可得到回归直线的方程；

（2）分别求得 100 辆 A 款和 B 款单车平均每辆的利润，即可作出估计，得到答案.

【详解】

（1）由表格中数据可得，$\overline{x}=3.5$，$\overline{y}=16$.

$$\because r=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2\sum_{i=1}^{n}\left(y_i-\overline{y}\right)^2}}=\frac{35}{\sqrt{17.5\times76}}=\frac{35}{\sqrt{1330}}\approx0.96.$$

$\therefore y$ 与月份代码 x 之间具有较强的相关关系，故可用线性回归模型拟合两变量之间的关系.

$\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\dfrac{35}{17.5}=2$，$\therefore\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}=16-2\times3.5=9$，

$\therefore$关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=2x+9$. -------6 分

（2）这 100 辆 A 款单车平均每辆的利润为

$\dfrac{1}{100}\left(-500\times10+0\times30+500\times40+1000\times20\right)=350$（元），

这 100 辆 B 款单车平均每辆的利润为

$\dfrac{1}{100}\left(-300\times15+200\times40+700\times35+1200\times10\right)=400$（元）.

$\therefore$用频率估计概率，A 款单车与 B 款单车平均每辆的利润估计值分别为 350 元、400 元，应采购 B 款车型. -------6 分

【点睛】

本题主要考查了回归直线方程的求解及应用，其中解答中根据表格中的数据，利用公式，准确计算 $r,\hat{b},\hat{a}$ 的值是解答的关键，着重考查了运算与求解能力，属于中档试题.

22．(1) $P=\dfrac{1}{4}$.(2) $P=\dfrac{1}{2}$.

【解析】

【分析】

(1)4 个球放入编号为 1，2，3，4 的抽屉里，有 4 种方法，满足题意的有 1 中，根据古典概型公式得到结果；（2）根据抽屉的编号，对于一种确定的放法，取法有 6 种情况，满足一白

一黑的有 3 种情况，进而得到结果.

【详解】

（1）将口袋中的3个白球，1个黑球，依次放入编号为1，2，3，4的抽屉内，共有4种不同的放法，分别是（白，白，白，黑），（白，白，黑，白），（白，黑，白，白），（黑，白，白，白），其中编号为2的抽屉内放黑球的情况有1种，所以编号为2的抽屉内放黑球的概率为$P=\frac{1}{4}$. -------6 分

（2）假设口袋内的球逐个依次取出放入抽屉内后是（白，白，白，黑），随机取出两个球，根据抽屉的编号，可能是$(1,2)$，$(1,3)$，$(1,4)$，$(2,3)$，$(2,4)$，$(3,4)$共 6 种，其中一黑一白的是$(1,4)$，$(2,4)$，$(3,4)$共3种，所以取出的两个球是一黑一白的概率为$P=\frac{1}{2}$.

------6 分

【点睛】

本题考查了古典概型公式的应用，对于古典概型，要求事件总数是可数的，满足条件的事件个数可数，使得满足条件的事件个数除以总的事件个数即可.